FRACTIONS

A - Rappels

On appelle $\mathbb{N}$ L'ENSEMBLE DES ....

$\mathbb{N}$ = { . . . . }

$\mathbb{N}$ admet une .... d'éléments.

a) Multiples d'un nombre

On appelle MULTIPLES d'un nombre entier naturel, l'ensemble des nombres obtenus en .... ce nombre par la suite des nombres entiers.

a multiple de b si a .... entier naturel

Ainsi 3 admet pour multiples $3 \times 0 = 0$, $3 \times 1 = 3$, $3 \times 2 = 6$, ...

On note $3\mathbb{N} = \{ 0,3,6,9,12,.......\infty \}$ $3\mathbb{N}$ est un ensemble ....

b) Diviseurs d'un nombre

21 est un multiple de 3, on dira que 3 est un .... de 21.

a est diviseur de b si la division de b par a admet pour quotient ....
et pour reste .... . 0 ...., la division par 0 est ....

21 admet .... diviseurs : .. , .. , .. , ...

On note $\mathcal{D}(21) = \{ \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; \}$ $D(21)$ est un ensemble ....

c) Nombres premiers

$\mathcal{D}(31) = \{ 1, 31 \}$ 31 **admet ....** On dit que 31 est un ....

Un nombre entier naturel est PREMIER s'il ....
..

Table des NOMBRES PREMIERS inférieurs à 1000

	2	3	5	7	11	13	17	19	23	29	31
37	41	43	47	53	59	61	67	71	73	79	83
89	97	101	103	107	109	113	127	131	137	139	149
151	157	163	167	173	179	181	191	193	197	199	211
223	227	229	233	239	241	251	257	263	269	271	277
281	283	293	307	311	313	317	331	337	347	349	353
359	367	373	379	383	389	397	401	409	419	421	431
433	439	443	449	457	461	463	467	479	487	491	499
503	509	521	523	541	547	557	563	569	571	577	587
593	599	601	607	613	617	619	631	641	643	647	653
659	661	673	677	683	691	701	709	719	727	733	739
743	751	757	761	769	773	787	797	809	811	821	823
827	829	839	853	857	859	863	877	881	883	887	907
911	919	929	937	941	947	953	967	971	977	983	991
997											

Si un nombre n'est pas premier, on peut le .... en produit de facteurs premiers.

Exemple : 60 n'est pas premier il est divisible par ....

60 : .. = ... et .... n'est pas premier, il est divisible par ..

... : .. = ... et .... n'est pas premier, il est divisible par ..

... : .. = ... , ... est premier, on peut seulement le diviser par ....

Pratiquement on dispose le calcul de la façon suivante :

$$\begin{array}{l|l} .... & ... \\ ... & ... \\ ... & ... \\ ... & ... \\ ... & \end{array}$$

on a donc 60 = ...

d) Plus Grand diviseur Commun

$\mathcal{D}(60) = \{$ 1,2,3,4,5,6,10,12,15,20,30,60 $\}$

$\mathcal{D}(70) = \{$ 1,2,5,7,10,14,35,70 $\}$

{ . . . . } est l'ensemble des diviseurs communs à 60 et 70 .

..... est le Plus Grand Diviseur Commun de 60 et 70 .

On note **PGDC(60,70) = ...**

or 60 = ... 70 = ... = ...

En généralisant on montre que :

POUR CALCULER LE PGDC DE PLUSIEURS NOMBRES :

1°) ON LES DECOMPOSE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS
2°) ON CALCULE LE PRODUIT DES FACTEURS PREMIERS .... ET ON LES AFFECTE DE LA .... RENCONTREE, POUR CHAQUE FACTEUR, DANS L'UNE OU L'AUTRE DES DECOMPOSITIONS.

e) Plus petit multiple commun

$20\mathbb{N} = \{$ 0, 20,40,60,80, 100,120,140, 160,180, 200, $\cdots +\infty \}$

$18\mathbb{N} = \{$ 0,18,36,54,72,90,108,126,144,162,180,198, $\cdots +\infty \}$

.... est le Plus Petit Multiple Commun (non nul) de 20 et 18.

On note **PPMC(20,18) = ...**

or 20 = ... 18 = ... = ...

En généralisant on montre que :

POUR CALCULER LE PPMC DE PLUSIEURS NOMBRES :

1°) ON LES DECOMPOSE EN PRODUIT DE FACTEURS PREMIERS
2°) ON CALCULE LE PRODUIT DE .... LES FACTEURS PREMIERS, ... ET .... , PUIS ON LES AFFECTE DE LA .... PUISSANCE RENCONTREE, POUR CHAQUE FACTEUR, DANS L'UNE OU L'AUTRE DES DECOMPOSITIONS.

B) Fractions

1) Notion de fraction

Le quotient exact de deux nombres entiers (naturels ou relatifs) n'existe pas toujours (ne donne pas toujours un nombre entier)

Exemple 12 : 3 = 4 (car 4 x 3 = 12)

mais 13 : 3 = ? et pourtant on a parfois besoin de diviser 13 par 3

On note donc .... le quotient exact de 13 par 3 .

(En mathématiques on utilisera donc la notation .... mais, parfois dans ce rappel de cours et par commodité, on écrira ....)

On peut en donner une valeur approchée

13 / 3 ≈ 4,33 (à 0,01 près par défaut)

mais la valeur exacte est 4,333 333 333 ... (une infinité de 3), soit ....

.... est une FRACTION .... est le NUMERATEUR, ... le DENOMINATEUR

13 et 3 sont les .... de la fraction.

2) Simplification

3 / 4 et 6 / 8 sont deux fractions équivalentes. (elles représentent le même nombre rationnel)
Pour obtenir une fraction équivalente à une fraction donnée, on peut soit ...., soit .... ses deux termes par un .... (non nul)

3 / 4 est une fraction ...., tandis que 6 / 8 peut être simplifiée par ....

Simplifier une fraction c'est trouver une fraction équivalente mais ayant des termes plus ....

Pour simplifier une fraction, on .... son numérateur et son dénominateur par .... (non nul)

Exemple 1 $\frac{20}{45} = \frac{\cdots\cdots}{} = \frac{\cdots}{}$ en simplifiant par ....

Exemple 2 $-\frac{14}{70} = -\frac{\cdots\cdot}{} = -\frac{\cdots}{}$ en simplifiant par ... puis par ...

(on aurait pu aussi simplifier directement par ....)

Chaque fois que cela sera possible, il faudra simplifier les fractions qui nous seront données, les rendre ....

Pour rendre irréductible une fraction, il suffit de diviser ses 2 termes par leur ....

Par convention pour 3 / -7 on écrira plutôt ....

3) Réduction au même dénominateur

Réduire des fractions au même dénominateur, c'est trouver des fractions qui sont respectivement équivalentes aux fractions données mais qui ont le même dénominateur.

Exemple 1 : Réduire au même dénominateur $\frac{2}{5}$ et $\frac{3}{4}$

On ne peut simplifier ces fractions.
Pour obtenir des fractions équivalentes à celles-ci on ne pourra que multiplier les deux termes de chaque fraction par un même nombre.

$$\frac{2}{5} = \frac{2 \times a}{5 \times a} \quad \text{et} \quad \frac{3}{4} = \frac{3 \times b}{4 \times b} \quad \text{et} \quad 5 \times a = 4 \times b$$

Autrement dit, le dénominateur commun est un .... de 5 et de 4. D'une manière générale on prendra le .... des dénominateurs : .... dans le cas présent.

Donc $\frac{2}{5} = \frac{?}{}$ et $\frac{3}{4} = \frac{?}{}$

Pour trouver le numérateur, il suffira de calculer le nombre par lequel le dénominateur a été multiplié puis de .... le numérateur par ....

5 pour aller à ....., on a multiplié par .... : il faut multiplier aussi le numérateur de la première par .....

$$\frac{2}{5} = \frac{}{}$$

4 pour aller à ..., on a multiplié par .. : il faut multiplier aussi le numérateur de la deuxième par ....

$$\frac{3}{4} = \frac{}{}$$

Exemple 2 : Réduire au même dénominateur 15 / 60 et 4 / 40

D'abord on simplifie les fractions :

$\frac{15}{60} = \frac{}{} = \frac{}{}$ Simplification par .. . .
Obtention du dénominateur commun : .. .
Multiplication des deux termes par ... . . .

$\frac{4}{40} = \frac{}{} = \frac{}{}$ Simplification par ....
Dénominateur commun : ....
Multiplication des deux termes par ....

Exemple 3: Réduire au même dénominateur 15 / 400 et 33 / 225

$\frac{15}{400} = \frac{}{} = \frac{}{}$ Simplification par ....
Dénominateur commun : ....
Multiplication des 2 termes par ....

$\frac{33}{225} = \frac{}{} = \frac{}{}$ Simplification par ....
Dénominateur commun : ....
Multiplication des 2 termes par ....

80 = ... 75 = ... PPMC(80,75) = ... = ...

Il sera absolument nécessaire de .... pour les comparer, les additionner et les soustraire.

4) Opérations sur les fractions

a) Addition

Pour calculer la somme de deux fractions :

1°) on les ...., si c'est possible

2°) on les ....

3°) on calcule ....

4°) on .... la réponse, si c'est nécessaire

Exemple 1 : $\frac{1}{7}+\frac{1}{7}=\frac{}{}$

On additionne ....

Exemple 2 : $\frac{3}{5}+\frac{1}{3}=\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}$

On ....

Exemple 3 : $\frac{25}{45}+\frac{28}{49}=\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}+\frac{}{}=\frac{}{}$

On simplifie la première par ... et la seconde par ..... On réduit au même dénominateur (....) et on additionne les numérateurs sur ce dénominateur commun. On vérifie que la réponse est bien irréductible.

b) Soustraction

Pour calculer la différence de deux fractions :

1) on les ...., si c'est possible

2) on les ....

3) on calcule ....

4) on .... la réponse, si c'est nécessaire

Exemple 1 : $\frac{3}{10}-\frac{1}{10}=\frac{}{}=\frac{}{}$

....

Exemple 2 : $8-\frac{2}{3}=\frac{}{}-\frac{2}{3}=\frac{}{}-\frac{}{}=\frac{}{}$

On réduit au même dénominateur puis on calcule comme précédemment.

Exemple 3 : $\frac{18}{84}-\frac{5}{70}=\frac{}{}-\frac{}{}=\frac{}{}=\frac{}{}$

On simplifie la première par …., la seconde par ….. Le dénominateur commun est ….. On peut donc soustraire immédiatement les numérateurs. La réponse est ……………...

c) Multiplication

Pour multiplier deux fractions :
On calcule ....

Exemple 1 : $\frac{3}{4}\times\frac{1}{10}=\frac{}{}$

Comme il n' y a pas de simplification possible, on multiplie directement les numérateurs et les dénominateurs entre eux.

Exemple 2 : $\frac{14}{8}\times\frac{20}{35}=\frac{\times}{\times}=\frac{\times}{\times}=\frac{\times}{\times}=\frac{}{}=$

Comme on voit des possibilités de simplification, on écrit le produit des numérateurs sur le produit des dénominateurs, SANS LE CALCULER, puis on divise ... et ... par .... et ... et ... par ... On obtient .... au numérateur et ...... au dénominateur, on simplifie par ...et par ..., on trouve ....

d) Division

Pour diviser une première fraction par une deuxième :
On ....

Exemple 1 : $\frac{2}{5}\div\frac{5}{8}=\frac{}{}\times\frac{}{}=\frac{}{}=\frac{}{}$

On remplace par une multiplication et l'on effectue celle-ci.

Exemple 2 : $\frac{25}{2}\div\frac{11}{66}=\frac{}{2}\times\frac{}{}=\frac{}{}=\frac{}{}=$

On remplace par une multiplication, on écrit le produit sans le calculer. On simplifie par 11 puis par 2. Comme il n'y a plus de division possible, on calcule le produit du numérateur sur le produit du dénominateur. La réponse est alors forcément irréductible.

Exemple 3 : $\frac{2}{7}\div 3=\frac{2}{7}\div\frac{}{}=\frac{}{}\times\frac{}{}=\frac{}{}$

On remplace 3 par .... et l'on est ramené à un problème connu.